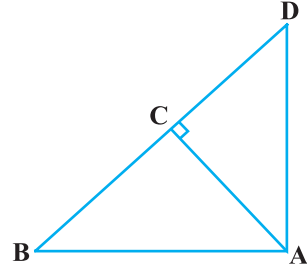
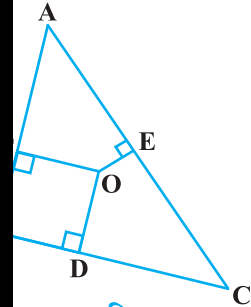


2. PQR एक समकोण त्रिभुज है जिसका कोण P समकोण है तथा QR पर बिंदु M इस प्रकार स्थित है कि $PM \perp QR$ है। दर्शाइए कि $PM^2 = QM \cdot MR$ है।
3. आकृति 6.53 में ABD एक समकोण त्रिभुज है जिसका कोण A समकोण है तथा $AC \perp BD$ है। दर्शाइए कि
 - (i) $AB^2 = BC \cdot BD$
 - (ii) $AC^2 = BC \cdot DC$
 - (iii) $AD^2 = BD \cdot CD$



आकृति 6.53

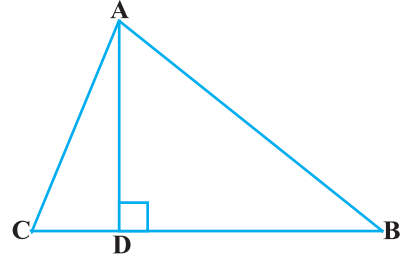
4. ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है। सिद्ध कीजिए कि $AB^2 = 2AC^2$ है।
5. ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है, तो सिद्ध कीजिए कि ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है।
6. एक समबाहु त्रिभुज की लंबाई ज्ञात कीजिए।
7. सिद्ध कीजिए कि एक समकोण त्रिभुज की लंबाई ज्ञात कीजिए।
8. आकृति 6.54 में एक त्रिभुज ABC में O बिंदु है तथा O को दर्शाइए कि
 - (i) $OA^2 + OB^2 + OC^2 = OD^2 + OE^2 + OF^2$
 - (ii) $AF^2 + BD^2 + CE^2 = AD^2 + BE^2 + CF^2$



आकृति 6.54

9. 10 m लंबी एक सीढ़ी एक दीवार पर टिकान पर भूमि से 8 m का ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की तक पहुँचती है। दीवार के आधार से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी ज्ञात कीजिए।
10. 18 m ऊँचे एक ऊर्ध्वाधर खंभे के ऊपरी सिरे से एक तार का एक सिरा जुड़ा हुआ है तथा तार का दूसरा सिरा एक खूँटे से जुड़ा हुआ है। खंभे के आधार से खूँटे को कितनी दूरी पर गाड़ा जाए कि तार तना रहे जबकि तार की लंबाई 24 m है।
11. एक हवाई जहाज एक हवाई अड्डे से उत्तर की ओर 1000 km/hr की चाल से उड़ता है। इसी समय एक अन्य हवाई जहाज उसी हवाई अड्डे से पश्चिम की ओर 1200 km/hr की चाल से उड़ता है। $1\frac{1}{2}$ घंटे के बाद दोनों हवाई जहाजों के बीच की दूरी कितनी होगी?
12. दो खंभे जिनकी ऊँचाईयाँ 6 m और 11 m हैं तथा ये समतल भूमि पर खड़े हैं। यदि इनके पाद बिंदुओं के बीच की दूरी 12 m है तो इनके ऊपरी सिरों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

13. एक त्रिभुज ABC जिसका कोण C समकोण है, की भुजाओं CA और CB पर क्रमशः बिंदु D और E स्थित हैं। सिद्ध कीजिए कि $AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2$ है।
14. किसी त्रिभुज ABC के शीर्ष A से BC पर डाला गया लम्ब BC को बिंदु D पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करता है कि $DB = 3 CD$ है (देखिए आकृति 6.55)। सिद्ध कीजिए कि $2 AB^2 = 2 AC^2 + BC^2$ है।

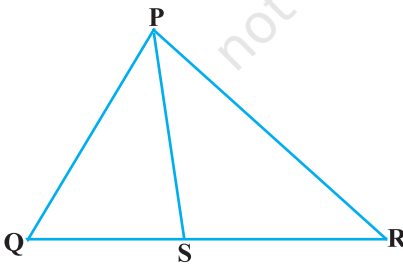


आकृति 6.55

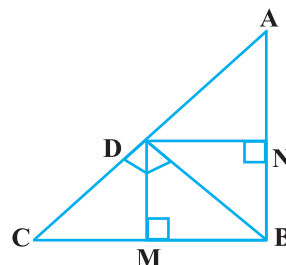
15. किसी समबाहु त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिंदु D इस प्रकार स्थित है कि $BD = \frac{1}{3} BC$ है। सिद्ध कीजिए कि $9 AD^2 = 7 AB^2$ है।
16. किसी समबाहु त्रिभुज में, सिद्ध कीजिए कि उसकी एक भुजा के वर्ग का तिगुना उसके एक शीर्षलंब के वर्ग के चार गुने के बराबर होता है।
17. सही उत्तर चुनकर उसका औचित्य दीजिए: ΔABC में, $AB = 6\sqrt{3}$ cm, $AC = 12$ cm और $BC = 6$ cm है। कोण B है:
- (A) 120° (B) 60°
(C) 90° (D) 45°

अभ्यास 6.6 (ऐच्छिक)*

1. आकृति 6.56 में PS कोण QPR का समद्विभाजक है। सिद्ध कीजिए कि $\frac{QS}{SR} = \frac{PQ}{PR}$ है।



आकृति 6.56

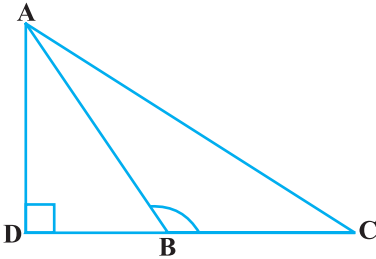


आकृति 6.57

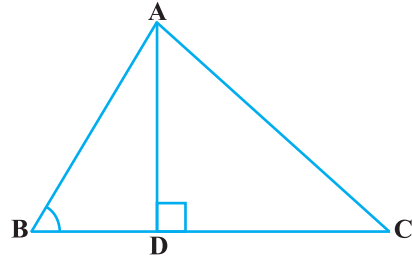
2. आकृति 6.57 में D त्रिभुज ABC के कर्ण AC पर स्थित एक बिंदु है जबकि $BD \perp AC$ तथा $DM \perp BC$ और $DN \perp AB$ है। सिद्ध कीजिए कि
- (i) $DM^2 = DN \cdot MC$ (ii) $DN^2 = DM \cdot AN$

* यह प्रश्नावली परीक्षा की दृष्टि से नहीं दी गई है।

3. आकृति 6.58 में ABC एक त्रिभुज है जिसमें $\angle ABC > 90^\circ$ है तथा $AD \perp CB$ है। सिद्ध कीजिए कि $AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2 BC \cdot BD$ है।



आकृति 6.58



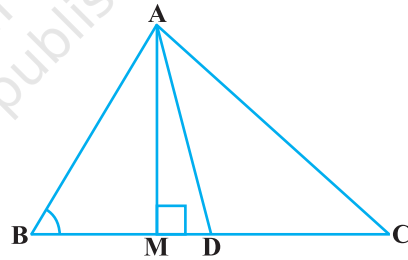
आकृति 6.59

4. आकृति 6.59 में ABC एक त्रिभुज है जिसमें $\angle ABC < 90^\circ$ है तथा $AD \perp BC$ है। सिद्ध कीजिए कि $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 BC \cdot BD$ है।
5. आकृति 6.60 में AD त्रिभुज ABC की एक माध्यिका है तथा $AM \perp BC$ है। सिद्ध कीजिए कि

(i) $AC^2 = AD^2 + BC \cdot DM + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

(ii) $AB^2 = AD^2 - BC \cdot DM + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

(iii) $AC^2 + AB^2 = 2AD^2 + \frac{1}{2} BC^2$

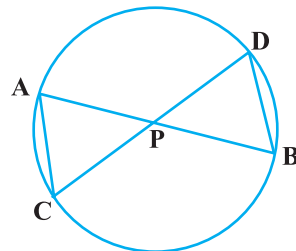


आकृति 6.60

6. सिद्ध कीजिए कि एक समांतर चतुर्भुज के विकर्णों के वर्गों का योग उसकी भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है।
7. आकृति 6.61 में एक वृत्त की दो जीवाएँ AB और CD परस्पर बिंदु P पर प्रतिच्छेद करती हैं। सिद्ध कीजिए कि

(i) $\triangle APC \sim \triangle DPB$

(ii) $AP \cdot PB = CP \cdot DP$

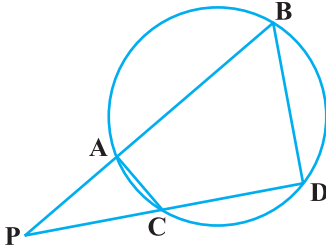


आकृति 6.61

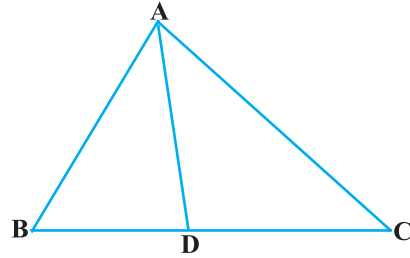
8. आकृति 6.62 में एक वृत्त की दो जीवाएँ AB और CD बढ़ाने पर परस्पर बिंदु P पर प्रतिच्छेद करती हैं। सिद्ध कीजिए कि

(i) $\Delta PAC \sim \Delta PDB$

(ii) $PA \cdot PB = PC \cdot PD$



आकृति 6.62

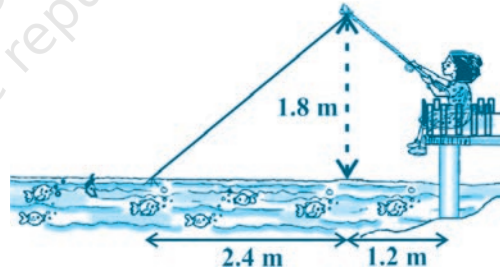


आकृति 6.63

9. आकृति 6.63 में त्रिभुज ABC की भुजा BC पर एक बिंदु D इस प्रकार स्थित है कि

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \text{ है। सिद्ध कीजिए कि AD, कोण BAC का समद्विभाजक है।}$$

10. नाजिमा एक नदी की धारा में मछलियाँ पकड़ रही है। उसकी मछली पकड़ने वाली छड़ का सिरा पानी की सतह से 1.8 m ऊपर है तथा डोरी के निचले सिरे से लगा काँटा पानी के सतह पर इस प्रकार स्थित है कि उसकी नाजिमा से दूरी 3.6 m है और छड़ के सिरे के ठीक नीचे पानी के सतह पर स्थित बिंदु से उसकी दूरी 2.4 m है।



आकृति 6.64

यह मानते हुए कि उसकी डोरी (उसकी छड़ के सिरे से काँटे तक) तनी हुई है, उसने कितनी डोरी बाहर निकाली हुई है (देखिए आकृति 6.64)? यदि वह डोरी को 5cm/s की दर से अंदर खींचे, तो 12 सेकंड के बाद नाजिमा की काँटे से क्षैतिज दूरी कितनी होगी?

6.7 सारांश

इस अध्याय में, आपने निम्नलिखित तथ्यों का अध्ययन किया है:

1. दो आकृतियाँ जिनके आकार समान हों, परंतु आवश्यक रूप से आमाप समान न हों, समरूप आकृतियाँ कहलाती हैं।
2. सभी सर्वांगसम आकृतियाँ समरूप होती हैं परंतु इसका विलोम सत्य नहीं है।

3. भुजाओं की समान संख्या वाले दो बहुभुज समरूप होते हैं, यदि (i) उनके संगत कोण बराबर हों तथा (ii) उनकी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में (समानुपाती) हों।
4. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए, एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं।
5. यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करे, तो यह रेखा तीसरी भुजा के समांतर होती है।
6. यदि दो त्रिभुजों में, संगत कोण बराबर हों, तो उनकी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में होती हैं और इसीलिए दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं (AAA समरूपता कसौटी)।
7. यदि दो त्रिभुजों में, एक त्रिभुज के दो कोण क्रमशः दूसरे त्रिभुज के दो कोणों के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं (AA समरूपता कसौटी)।
8. यदि दो त्रिभुजों में, संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में हों, तो उनके संगत कोण बराबर होते हैं और इसीलिए दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं (SSS समरूपता कसौटी)।
9. यदि एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो तथा इन कोणों को अंतर्गत करने वाली भुजाएँ एक ही अनुपात में हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं (SAS समरूपता कसौटी)।
10. दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात उनकी संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है।
11. यदि एक समकोण त्रिभुज के समकोण वाले शीर्ष से उसके कर्ण पर लंब डाला जाए तो लंब के दोनों ओर बनने वाले त्रिभुज संपूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं तथा परस्पर भी समरूप होते हैं।
12. एक समकोण त्रिभुज में, कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है (पाइथागोरस प्रमेय)।
13. यदि एक त्रिभुज में, किसी एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो, तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

पाठकों के लिए विशेष

यदि दो समकोण त्रिभुजों में एक त्रिभुज का कर्ण तथा एक भुजा, दूसरे त्रिभुज के कर्ण तथा एक भुजा के समानुपाती हो तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं। इसे RHS समरूपता कसौटी कहा जा सकता है।

यदि आप इस कसौटी को अध्याय 8 के उदाहरण 2 में प्रयोग करते हैं तो उपपत्ति और भी सरल हो जाएगी।